Aufgabenblatt 4
Freitag $11^{15} - 12^{45}$

Sascha Reinhardt
Marco Wilzbach

4. Juni 2000

1 Aufgabe 1

1.1 a

Zwischen Druck und Temperatur besteht bei adiabatisch reversiblen Prozessen folgender Zusammenhang:

$$\frac{p_1}{p_0} = \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{1+\frac{f}{2}} \tag{1}$$

$$f = \text{Anzahl der Freiheitsgrade} \tag{2}$$

Hier ist $f = 5$, $p_0 = 1atm$, $T_1 = (2000 + 273,15)K$ und $T_0 = (20 + 273,15)K$, damit erhält man:

$$p_1 = p_0 \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{1+\frac{f}{2}} \tag{3}$$

$$\Rightarrow p_1 = 1298atm$$

1.2 b

Die Mischungsentropie ist gegeben durch:

$$\Delta S = S_1 - S_0 \tag{4}$$

$$= -\sum_i Rn_i \ln \frac{n_i}{n} \tag{5}$$

$$n = n_1 + n_2 \tag{6}$$

$$n_1 = 1Mol, \text{ Sauerstoff}$$

$$n_2 = 2Mol, \text{ Wassertoff}$$

$$\Rightarrow \Delta S = 15,8\frac{J}{K}$$

2 Aufgabe 2

Maximale Arbeit, die frei wird:

$$\Delta G = \Delta W = \Delta H - T\Delta S \tag{7}$$

ΔH ist gegeben mit $485,8kJ$. Die Mischungsentropie wurde in 1 brechnet.

$$\Delta S_m = 15,8\frac{J}{K} \tag{8}$$

Die Entropie vor dem Zünden:

$$\begin{aligned}
S_1 &= \Delta S_m + s_{H_2}2mol + s_{O_2}mol && (9)\\
s_{H_2} &= 139,1\frac{J}{molK} && (10)\\
s_{O_2} &= 213,8\frac{J}{molK} && (11)\\
\Rightarrow S_1 &= 507,8\frac{J}{K}
\end{aligned}$$

Die Entropie nach dem Zünden:

$$\begin{aligned}
S_2 &= s_{H_20}|_{gas}1mol && (12)\\
s_{H_20}|_{gas} &= 198,6\frac{J}{molK} && (13)\\
\Rightarrow S_2 &= 198,6\frac{J}{K} && (14)
\end{aligned}$$

Damit ergibt sich:

$$\begin{aligned}
\Delta S &= S_1 - S_2 && (15)\\
&= 309,2\frac{J}{K}
\end{aligned}$$

Bei einer Temperatur von $T = 400K$ folgt:

$$\Delta W = 362kJ$$

3 Aufgabe 3

3.1 a

Van de Waals-Zustandsgleichung für ein Mol:

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT \tag{16}$$

$$p^* = \frac{p}{p_c}, v^* = \frac{v}{v_c}, T^* = \frac{T}{T_c} \tag{17}$$

$$p_c = \frac{1}{27}\frac{a}{b^2}, v_c = 3b, T_c\frac{8}{27}\frac{a}{Rb} \tag{18}$$

Ersetzen p,v und T durch die reduzierten Zustandsvariablen:

$$\left(p^* p_c + \frac{a}{(v^* v_c)^2}\right)(v^* v_c - b) = RT^* T_c \tag{19}$$

$$\left(\frac{1}{27}p^*\frac{a}{b^2} + \frac{a}{v^{*2} 9b^2}\right)(v^* 3b - b) = \frac{8}{27}\frac{a}{b}T^* \tag{20}$$

$$\frac{1}{9}p^* v^* + \frac{1}{3v^*} - \frac{1}{27}p^* - \frac{1}{v^{*2} 9} = \frac{8}{27}T^* \tag{21}$$

$$3p^* v^* + \frac{9}{v^*} - p^* - \frac{3}{v^{*2}} = 8T^* \tag{22}$$

$$p* = \frac{1}{3v^* - 1}\left(8T^* - \frac{9}{v^*} + \frac{3}{v^{*2}}\right) \tag{23}$$

$$= \frac{8T^*}{3v^* - 1} - \frac{3}{v^{*2}} \tag{24}$$

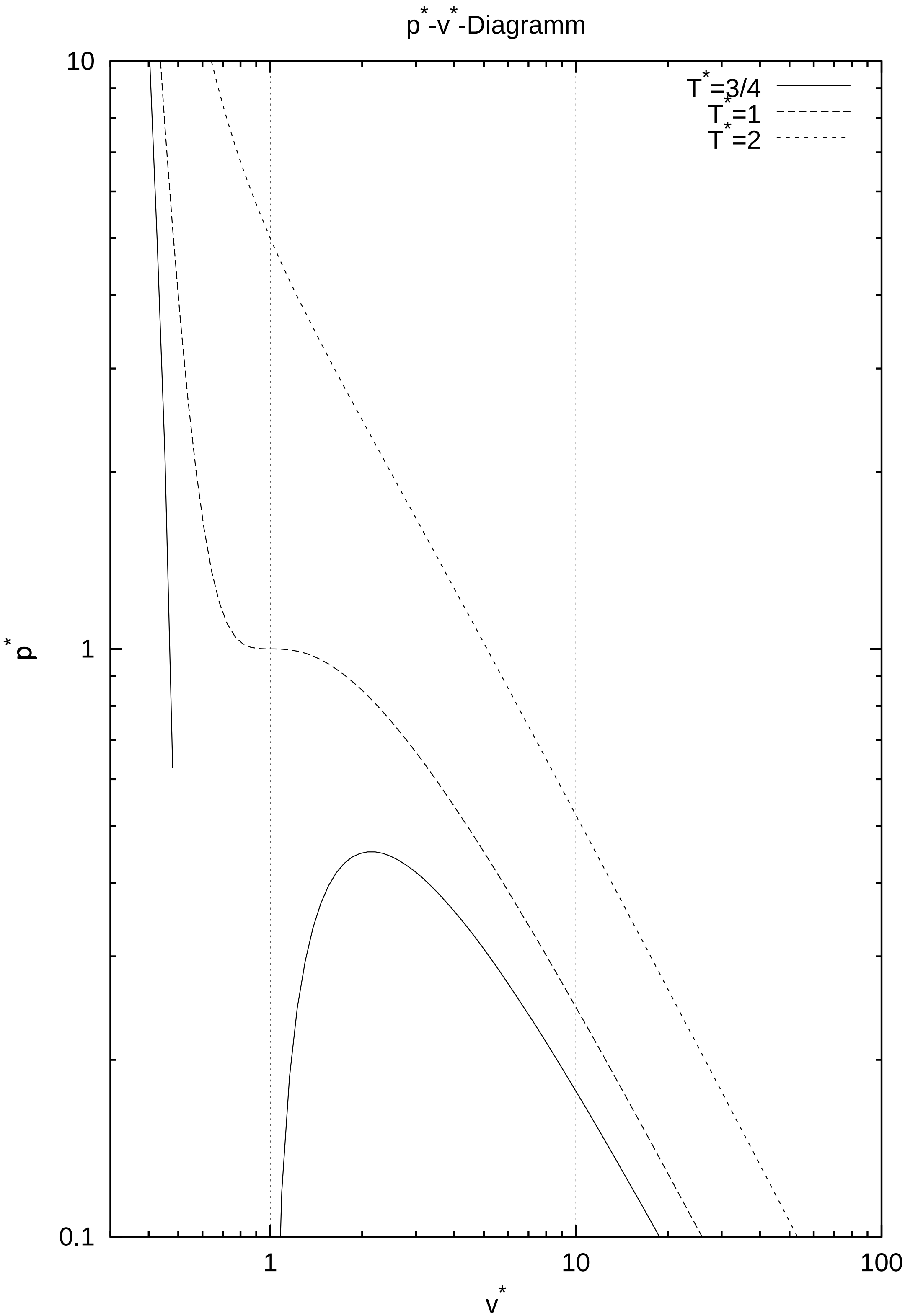

Abbildung 1: $p^* - v^*$-Diagramm

3.2 b

Kurvendiskussion von $p^*(v^*)$ für $T^* = 1$ Die Funktion hat eine Polstelle für

$$\begin{aligned} 3v^* - 1 &= 0 && (25) \\ \Rightarrow v^* &= \frac{1}{3}. && (26) \end{aligned}$$

Erste und zweiter Ableitung (Computer):

$$\begin{aligned} p^{*'} &= -6\frac{4v^{*3} - 9v^{*2} + 6v^* - 1}{(3v^* - 1)^2 v^{*3}} && (27) \\ p^{*''} &= 18\frac{8v^{*4} - 27v^{*3} + 27v^{*2} - 9v^* + 1}{(3v^* - 1)^3 v^{*3}} && (28) \end{aligned}$$

Setzen die erste Ableitung 0:

$$\begin{aligned} 4v^{*3} - 9v^{*2} + 6v^* - 1 &= 0 && (29) \\ (4c^{*2} - 5v^* + 1)(v^* - 1) &= 0 && (30) \\ \Rightarrow v_1^* = v_2^* &= 1, v_3^* = \frac{1}{4} && (31) \end{aligned}$$

Einsetzen in die zweite Ableitung:

$$\begin{aligned} p^{*''}(1) &= 0 && (32) \\ p^{*''}(1/4) &< 0 && (33) \end{aligned}$$

An der Stelle $v^* = 1/4$ besitzt die Funktion ein relatives Maximum (liegt aber im negativen Bereich und hat somit keine physikalisch Bedeutung). An der Stelle $v^* = 1$ besitzt die Funktion eine Wendepunkt (Methode des Vorzeichenwechels).