Aufgabenblatt 1
Freitag $11^{15} - 12^{45}$

Sascha Reinhardt
Marco Wilzbach

22. Mai 2000

1 Aufgabe 1

Änderung der inneren Energie bei adiabatischen Vorgang:

$$\begin{aligned}
dU &= -pdV && (1)\\
c_V M dT &= -pdV && (2)\\
c_V M &= \frac{f}{2} nR && (3)\\
p &= \frac{nRT}{V} && (4)\\
\Rightarrow \frac{f}{2}\frac{dT}{T} &= -\frac{dV}{V} && (5)\\
\Rightarrow \frac{V}{V_0} &= \left(\frac{T}{T_0}\right)^{-f/2} && (6)
\end{aligned}$$

Mit der Zustandsgleichung kann man die anderen Relationen berechnen. Zusammenhang zwischen p und V:

$$\begin{aligned}
\left(\frac{V}{V_0}\right)^{-2/f} &= \frac{T}{T_0} && (7)\\
&= \frac{\frac{pV}{nR}}{\frac{p_0 V_0}{nR}} && (8)\\
&= \frac{pV}{p_0 V_0} && (9)\\
\Rightarrow \frac{p}{p_0} &= \frac{V_0}{V}\left(\frac{V}{V_0}\right)^{-2/f} && (10)\\
&= \frac{V_0}{V_0^{-2/f}}\frac{V^{-2/f}}{V} && (11)
\end{aligned}$$

Zusammenhang zwischen T und p:

$$\begin{aligned}
\frac{V}{V_0} &= \left(\frac{T}{T_0}\right)^{-f/2} && (12)\\
\frac{p_0}{p}\frac{T}{T_0} &= \left(\frac{T}{T_0}\right)^{-f/2} && (13)\\
\Rightarrow \frac{p}{p_0} &= \frac{T^{1+f/2}}{T_0^{1+f/2}} && (14)
\end{aligned}$$

2 Aufgabe 2

Nehmen an das für Luft $f = 5$ und für Wasser $f = 6$ ist.

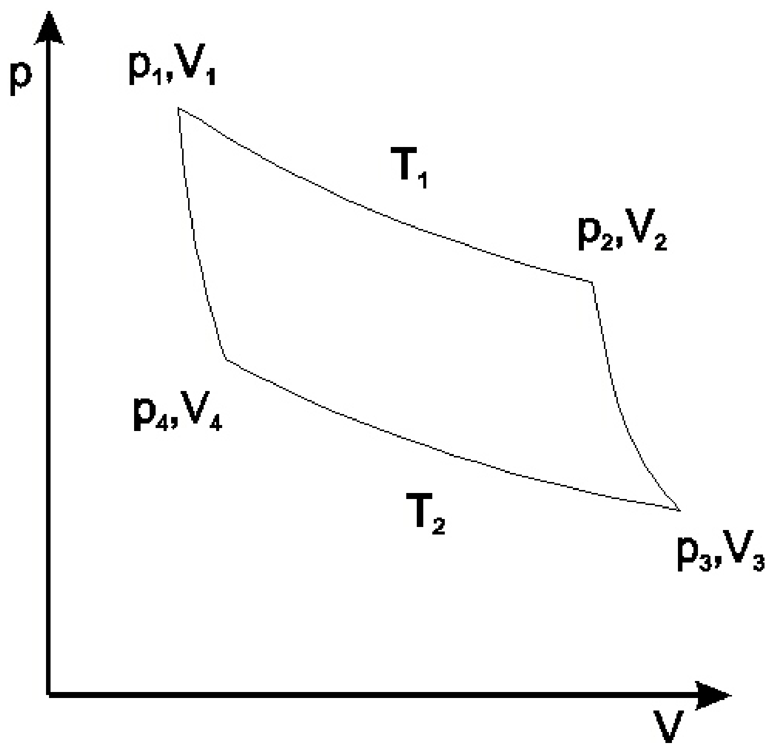
2.1

$$\begin{aligned}
\frac{V}{V_0} &= \left(\frac{T}{T_0}\right)^{-f/2} \\
\frac{1}{10} &= \left(\frac{T}{(273,15+15)K}\right)^{5/2} \\
\Rightarrow T &= 723,8K
\end{aligned}$$

2.2

$$\begin{aligned}
\frac{p}{p_0} &= \frac{T^{1+f/2}}{T_0^{1+f/2}} \\
\frac{1}{2} &= \frac{T^4}{T_0^4} \\
\left(\frac{1}{2}\right)^{1/4} T_0 &= T \\
\Rightarrow T &= \left(\frac{1}{2}\right)^{1/4} (200+273.15)K \\
&= 397,9K
\end{aligned}$$

3 Aufgabe 3



Ausgehend von der Beziehung

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

und folgenden Überlegungen ($T_1 > T_2$):

1. Adiabatische Expansion $dQ = 0 \Rightarrow dS = 0$
2. isotherme Expansion $dU = dW + dQ, dU = 0$, da U nur von T abhängt (ideales Gas), folgt $\Delta W_2 = -\Delta Q_2, \Delta Q_2$ und $\Delta Q_2 = T_2 \Delta S$
3. Adiabatische Kompression $dQ = 0 \Rightarrow dS = 0$
4. isotherme Kompression $\Delta W_1 = -\Delta Q_1, \Delta Q_1$ und $\Delta Q_1 = T_1 \Delta S$

Die nutzbare Arbeit:

$$W = \Delta W_2 - \Delta W_1 = \Delta Q_1 - \Delta Q_2 \quad (15)$$

$$(16)$$

Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{W}{\Delta Q_1} = \frac{\Delta Q_1 - \Delta Q_2}{\Delta Q_1} \quad (17)$$

$$= \frac{T_1 \Delta S - T_2 \Delta S}{T_1 \Delta S} \quad (18)$$

$$= \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad (19)$$

Austausch von Arbeit und Wärme:

1. $dU = dW$, $U = \frac{f}{2} nRT \Rightarrow \Delta W = \frac{f}{2} nR(T_1 - T_2)$

2. $dU = 0$, $\Delta W_2 = -\Delta Q_2$, Arbeit wird nach Aussen abgegeben

$$\Delta W_2 = \int p dV = nRT_2 \int_{V_3}^{V_4} \frac{dV}{V} = nRT_2 \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)$$

3. $dU = dW$,$U = \frac{f}{2} nRT \Rightarrow \Delta W == \frac{f}{2} nR(T_2 - T_1)$

4. $dU = 0$, $\Delta W_1 = -\Delta Q_1$, Arbeit wird reingesteckt

$$\Delta W_1 = \int p dV = nRT_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nRT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$