

1 Auswertung

1.1 Linearitätsprüfung und Energieeichung

Mit dem Pulser wurde die Linearität der Detektoren bestimmt. Die Energie des Pulses wurde mit einem Poti verstellt. Es wurden folgende Messwerte gefunden:

NaJ-Detektor	
Poti $\pm 0,025[Skalenteile]$	Kanal ± 1
1	59
2	170
3	280
4	389
5	502
6	613
7	722
8	832

Plastik-Detektor	
Poti $\pm 0,025[Skalenteile]$	Kanal
2	$163,4 \pm 21,4(\text{Gauss-Fit})$
3	256 ± 20
4	351 ± 20
5	453 ± 20
6	550 ± 20
7	636 ± 20
8	732 ± 20
9	832 ± 20
9,9	908 ± 20

Es wurde an die Messpunkte Geraden gefittet (s. Abbildung 1 und 2), wobei folgende Fitparameter bestimmt wurden:

1. NaJ-Detektor:

$$\begin{aligned} \text{Steigung} = c_{NaJ} &= (110,5 \pm 0,2) \frac{\text{Kanal}}{\text{Skalenteil}} \\ \text{Achsenabschnitt} = b &= (-51,4 \pm 0,8) \text{Kanal} \end{aligned}$$

2. Plastik-Detektor:

$$\begin{aligned} \text{Steigung} = c_{Plastik} &= (94,6 \pm 0,5) \frac{\text{Kanal}}{\text{Skalenteil}} \\ \text{Achsenabschnitt} = d &= (-24,6 \pm 3,3) \text{Kanal} \end{aligned}$$

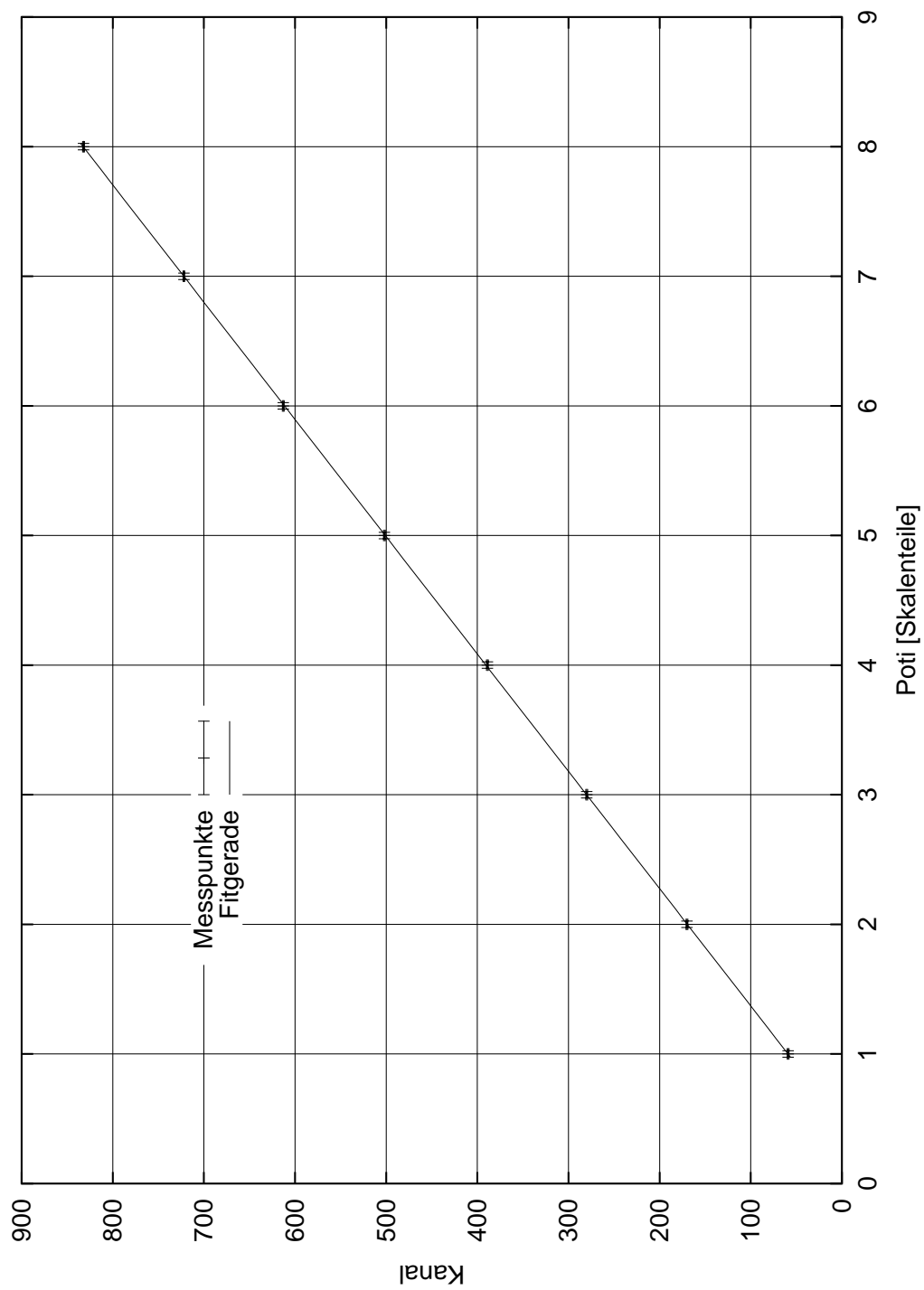


Abbildung 1: Kanal gegen Skalenteil beim NaJ-Detektor

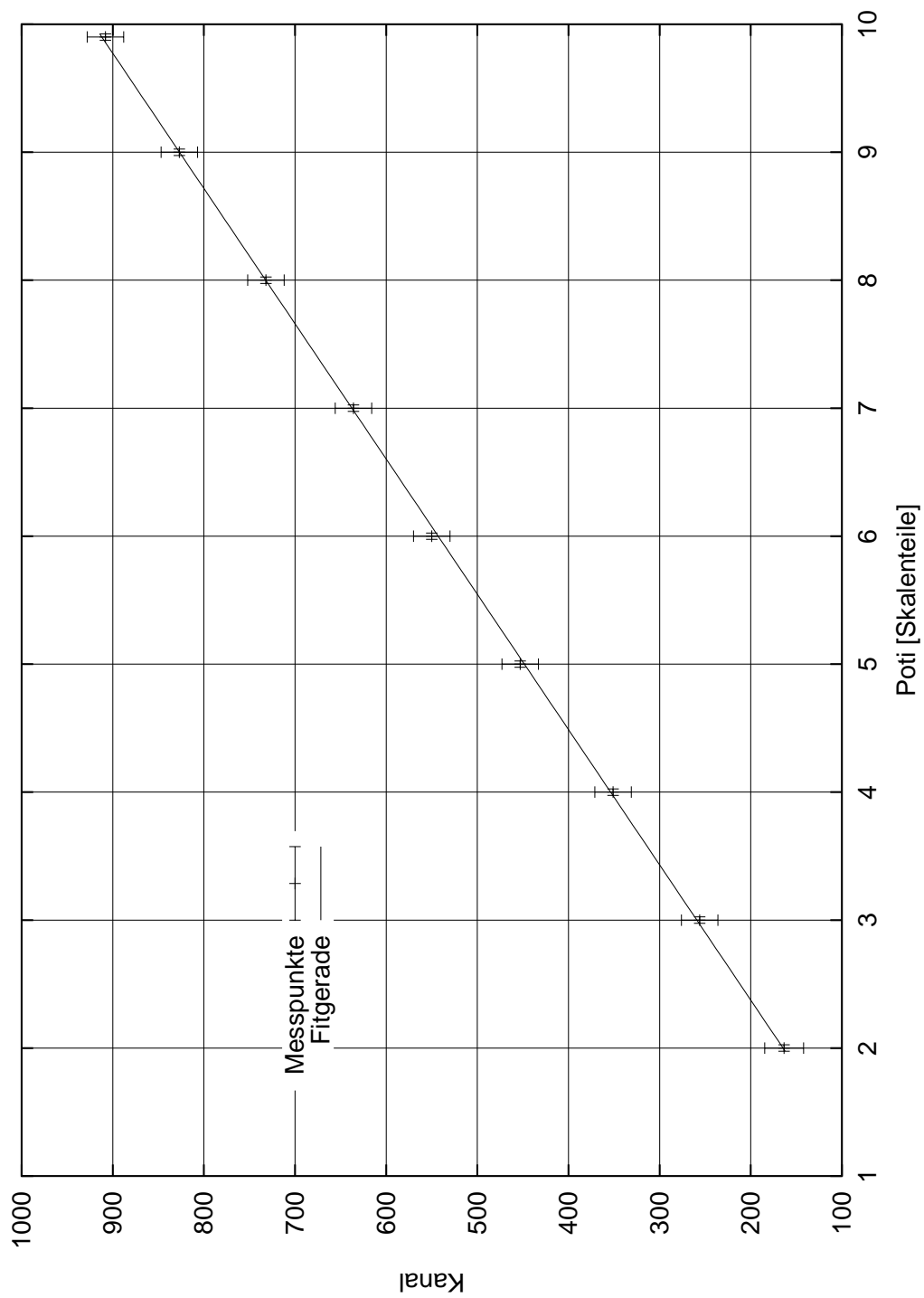


Abbildung 2: Kanal gegen Skalenteile beim Plastik-Detektor

Die Energieeichung erfolgte mit den bekannten Energien des Photopeaks ($E_{photo} = 662keV$) für den NaJ-Detektor und der Comptonkante ($E_{comp} = 477keV$) für den Plastik-Detektor. Die Strukturen wurden bei folgenden Kanälen gefunden:

Struktur	Kanal
Photopeak K_{peak}	$672 \pm 57, 4(\text{Gauss-Fit})$
Comptonkante K_{comp}	1186 ± 60

Die Umrechnungsformel für $Kanal \rightarrow Energie$ ist somit:

1. NaJ-Detektor:

$$\begin{aligned}
 k &= c_{NaJ}(Kanal - b) \\
 c_{NaJ} &= \frac{E_{photo}}{K_{photo} - b} = 0,915 \frac{keV}{Kanal} \\
 \Rightarrow k &= 0,915 \frac{keV}{Kanal} (Kanal + 51,4Kanal)
 \end{aligned}$$

2. Plastik-Detektor:

$$\begin{aligned}
 k &= c_{Plastik}(Kanal - d) \\
 c_{Plastik} &= \frac{E_{comp}}{K_{comp} - d} = 0,394 \frac{keV}{Kanal} \\
 \Rightarrow k &= 0,394 \frac{keV}{Kanal} (Kanal + 24,6Kanal)
 \end{aligned}$$

Auf eine Fehlerbetrachtung wird hier verzichtet, diese wird im Abschnitt 1.2 aber gezeigt.

1.2 Energieerhaltung bei der Comptonstreuung

Die Energien des gestreuten γ -Quants k' wird aus den Koinzidenzspektren bestimmt, das mit dem NaJ-Detektor aufgenommen wurde. Die Kanäle werden mit der Energieeichung des NaJ-Detektors auf die Energie umgerechnet.

$$k'(\theta) = \frac{E_{photo}}{K_{photo} - b}(K_{peak} - b) \quad (1)$$

$$= c_{NaJ}(K_{peak} - b) \quad (2)$$

$$\Delta k'(\theta) = \sqrt{(c_{NaJ} \Delta K_{peak})^2 + \left(\frac{c_{NaJ}}{K_{photo} - b} (K_{peak} - b) \Delta K_{photo} \right)^2} \quad (3)$$

Der Fehler vom Achsenabschnitt b wurde nicht berücksichtigt, da sein Fehler (1,5%) klein ist gegen den Fehler des Photopeaks (8,5%) und des Messwertes ($\approx 20\%$). Die Energien k' sind also:

Winkel $\theta \pm 3[^\circ]$	$K_{peak}[Kanal]$	Energie $k'[keV]$
30	527 ± 120	529 ± 118
45	470 ± 120	477 ± 116
60	373 ± 90	388 ± 88
90	264 ± 60	288 ± 59
105	224 ± 40	252 ± 42

Die Energie k_{el} des Elektrons wird genauso bestimmt, wobei man die Energieeichung und das Koinzidenzspektrum des Plastikdetektors verwendet. Die Kanäle wurden nicht wie oben im Versuch am Bildschirm bestimmt sondern auf den Ausdrucken, da im Versuch falsche Werte gemessen wurden. Die Kanäle wurden bestimmt indem man die Länge $L = 16,7cm$ der 2048 Kanäle auf dem Ausdruck bestimmt hat und damit das Verhältnis mit dem Abstand l_{peak} des Peaks vom linken Rand gebildet hat. Das Verhältnis wird mit 2048 multipliziert womit man dann die Kanal hat. Die Fehler bei den Längenmessungen werden nicht berücksichtigt, da sie klein gegen die Breite des Peaks sind.

$$K_{peak} = \frac{l_{peak}}{L} 2048 \quad (4)$$

$$\Delta K_{peak} = \frac{2048}{L} \Delta l_{peak} \quad (5)$$

$$k_{el}(\theta) = \frac{E_{comp}}{K_{comp} - d} (K_{peak} - d) \quad (6)$$

$$= c_{Plastik} (K_{peak} - d) \quad (7)$$

$$\Delta k_{el}(\theta) = \sqrt{(c_{Plastik} \Delta K_{peak})^2 + \left(\frac{c_{Plastik}}{K_{comp} - d} (K_{peak} - d) \Delta K_{comp} \right)^2} \quad (8)$$

Die Fehler des Achsenabschnittes d werden aus den selben Gründen wie oben nicht berücksichtigt. Die Energien k_{el} sind:

Winkel $\theta \pm 3[^\circ]$	$l_{peak}[cm]$	Energie $k'[keV]$
30	$2,5 \pm 1,5$	130 ± 73
45	$4,5 \pm 1,5$	227 ± 73
60	$4,5 \pm 2$	227 ± 97
90	$7,1 \pm 2$	352 ± 98
105	$8,2 \pm 2$	406 ± 99

Die theoretischen Werte für k' und k_{el} errechnen sich mit Hilfe

$$k'_{theo}(\theta) = \frac{k'}{1 + \frac{k'}{m_e} (1 - \cos(\theta))} \quad (9)$$

$$k_{eltheo}(\theta) = k - k'_{theo}(\theta) \quad (10)$$

$$k = 662keV, \text{ Energie des ungestreuten } \gamma\text{- Quants} \quad (11)$$

$$m_e = 511keV, \text{ Ruhemasse des Elektrons} \quad (12)$$

Es wird jetzt alles in eine Tabelle reingeschrieben.

Winkel θ $\pm 3[^\circ]$	k' [keV]	k_{el} [keV]	k'_{theo} [keV]	k_{eltheo} keV
30	529 ± 118	130 ± 73	564	98
45	477 ± 116	227 ± 73	480	182
60	388 ± 88	227 ± 97	402	260
90	289 ± 59	353 ± 98	288	374
105	252 ± 42	406 ± 99	252	410

Es liegen alle theo. Werte innerhalb der Fehler des gemessenen Werte.

1.3 $1/k'$ gegen $1 - \cos(\theta)$

Es sollte beim Auftragen von $1/k'$ gegen $1 - \cos(\theta)$ eine Gerade geben. Dies folgt aus Theorie aus folgende Beziehung folgt:

$$\frac{1}{k'} = \frac{1}{m_e}(1 - \cos(\theta)) + \frac{1}{k} \quad (13)$$

Die Steigung der Geraden sollte also $1/m_e$ sein und der Achsenabschnitt sollte $1/k$ sein. Es werden jetzt die Werte aus 1.2 dafür umgerechnet.

$$y = \frac{1}{k'} \quad (14)$$

$$\Delta y = \frac{\Delta k'}{k'} \quad (15)$$

$$x = 1 - \cos(\theta) \quad (16)$$

$$\Delta x = \sin(\theta)\Delta\theta \quad (17)$$

Man erhält folgende damit folgende Werte:

Winkel $\theta \pm 3[^\circ]$	x	y [1/MeV]
30	$0,134 \pm 0,026$	$1,89 \pm 0,42$
45	$0,293 \pm 0,037$	$2,10 \pm 0,51$
60	$0,500 \pm 0,045$	$2,58 \pm 0,58$
90	$1,000 \pm 0,052$	$3,46 \pm 0,71$
105	$1,259 \pm 0,051$	$3,97 \pm 0,66$

Diese wurden in das Diagramm 3 eingezeichnet. An die Messwerte im Diagramm 3 wurde eine Gerade $ex + f$ rangefitten mit den Fitwerten:

$$e = (1,876 \pm 0,043) \frac{1}{MeV}$$

$$f = (1,603 \pm 0,033) \frac{1}{MeV}$$

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{662keV} = 1,957 \frac{1}{MeV}$$

$$\frac{1}{m_e} = \frac{1}{511keV} = 1,511 \frac{1}{MeV}$$

Die theo. Werte liegen innerhalb einer 3σ - Umgebung der Fitwerte und somit kann man die Werte als identisch betrachten.

1.4 Zufallskoinzidenzen

Die Zahl der Zufallskoinzidenzen läßt sich durch folgende Formel bestimmen (auf die Korrektur der Zählraten wird verzichtet, da diese für die folgenden Betrachtungen nicht gebraucht wird):

$$N_{Zuf} = N_{NaJ} N_{Plastik} \Delta T \quad (18)$$

$$\Delta N_{Zuf} = \frac{\sqrt{(\Delta N_{NaJ} N_{Plastik} \Delta T)^2 + (N_{NaJ} \Delta N_{Plastik} \Delta T)^2} + (N_{NaJ} N_{Plastik} \Delta \Delta T)^2}{+ (N_{NaJ} N_{Plastik} \Delta \Delta T)^2} \quad (19)$$

Im Versuch wurden folgende Werte bestimmt:

$$\begin{aligned} N_{NaJ} &= (140 \pm 10) \frac{1}{s} \\ N_{Plastik} &= (85 \pm 5) \frac{1}{s} \\ \tau &= 0,48 \mu s \pm 0,01 \mu s = \text{Breite Signal} \\ f &= 0,9 \mu s = \text{Breite des Koinzidenzzeitraum} \\ \Rightarrow \Delta T &= 0,42 \mu s \pm 0,01 \mu s \\ \Rightarrow N_{Zuf} &= (5,00 \pm 0,46) \cdot 10^{-3} \frac{1}{s} \end{aligned}$$

Diese Rate ist klein gegenüber den Zählraten der Koinzidenzmessungen, wobei N_{Zuf} mit den nicht korrigierten Zählraten bei 30° (s. weiter unten) verglichen wurde. Ein Vergleich mit einer anderen Messung der Zufallskoinzidenzen konnte nicht gemacht werden, da ein für die andere Messung notwendige Gerät nicht vorhanden war.

1.5 Differentieller Streuquerschnitt

Hier wird der diff. Wirkungsquerschnitt für die Winkel 30° , 45° , 60° , 90° und 105° . Der diff. Wirkungsquerschnitt für die 0° wird nicht bestimmt, da dieser hier nur aus geometrischen Einflüssen entsteht und nicht aus physikalischen Einflüssen. Dies passiert dadurch das als Anzahl der einfallenden Quanten N_0 die Messwerte bei 0° genommen werden, so daß $d\sigma/d\Omega = N_0/(N_0 \Delta \Omega M) = 1/(\Delta \Omega M)$ gilt und in dieser Formel treten nur Koeffizienten auf die durch die Apparatur bestimmt werden.

1.5.1 Korrekturkoeffizienten

Zuerst werden alle Korrekturkoeffizienten aus den einzelnen Diagrammen bestimmt.

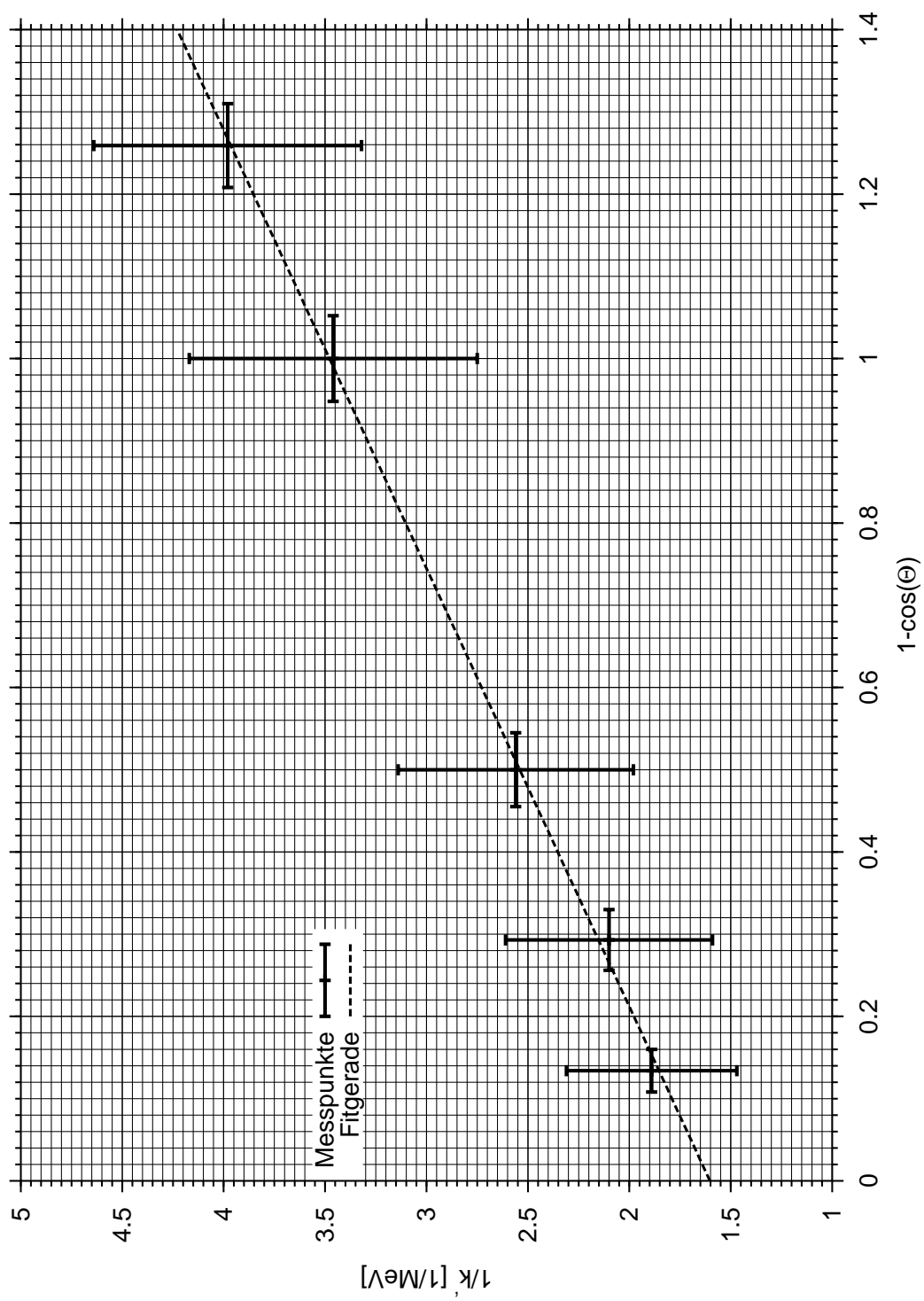


Abbildung 3: $1/k'$ gegen $1 - \cos(\theta)$

1. Absorptionskoeffizient a des Plastik-Detektors (s. Abbildung 5):

Winkel [°]	Energie k' [keV]	a [cm ⁻¹]
0	662 ± 53	0,087 ± 0,003
30	529 ± 118	0,096 ± 0,011
45	477 ± 116	0,100 ± 0,013
60	388 ± 88	0,109 ± 0,011
90	289 ± 59	0,121 ± 0,010
105	252 ± 42	0,128 ± 0,007

2. Peak/Total-Verhältnis T für NaJ-Kristall:

Winkel [°]	Energie k' [keV]	T
0	662 ± 53	0,40 ± 0,04
30	529 ± 118	0,47 ± 0,10
45	477 ± 116	0,52 ± 0,11
60	388 ± 88	0,60 ± 0,08
90	289 ± 59	0,68 ± 0,06
105	252 ± 42	0,70 ± 0,06

3. Absorptionswahrscheinlichkeit ε für NaJ-Kristall:

Winkel [°]	Energie k' [keV]	ε
0	662 ± 53	0,47 ± 0,02
30	529 ± 118	0,51 ± 0,05
45	477 ± 116	0,54 ± 0,07
60	388 ± 88	0,60 ± 0,07
90	289 ± 59	0,69 ± 0,07
105	252 ± 42	0,72 ± 0,07

1.5.2 Raumwinkel

1. Raumwinkel der ¹³⁷Cs-Quelle:

$$\Delta\Omega_q = 2\pi(1 - \cos(\alpha_q)) \quad (20)$$

$$\alpha_q = \arctan\left(\frac{d/2}{a_q}\right) \quad (21)$$

$$d = \text{Öffnung Bleighäuse} \quad (22)$$

$$a_q = \text{Abstand Quelle-Bleighäuse} \quad (23)$$

Mit $d = 3mm$ und $a_q = 47mm$ erhält man:

$$\Delta\Omega_q = 0,0032 Sterad$$

2. Raumwinkel NaJ-Detektor bei 0° :

$$\Delta\Omega_{0^\circ} = 2\pi(1 - \cos(\alpha_{0^\circ})) \quad (24)$$

$$\alpha_{0^\circ} = \arctan\left(\frac{d_{NaJ}/2}{a_{0^\circ}}\right) \quad (25)$$

$$d_{NaJ} = \text{Öffnung NaJ-Detektor} \quad (26)$$

$$a_{0^\circ} = \text{Abstand Quelle-NaJ-Detektor} \quad (27)$$

$$a_{0^\circ} = 47mm + R_1 + R_2 + 10mm \quad (28)$$

$$\Delta a_{0^\circ} = \sqrt{\Delta R_1^2 + \Delta R_2^2} \quad (29)$$

$$\Delta\Delta\Omega_{0^\circ} = \sqrt{\frac{202500\pi^2(\Delta R_1^2 + \Delta R_2^2)}{(3474 + 114R_1 + 114R_2 + R_1^2 + 2R_1R_2 + R_2^2)^3}} \quad (30)$$

Mit $d_{NaJ} = 30mm$, $R_1 = 50 \pm 3$ und $R_2 = 62 \pm 3$ erhält man:

$$\Delta\Omega_{0^\circ} = (0,0246 \pm 0,0012) Sterad$$

3. Raumwinkel für die Messung größer 0° :

$$\Delta\Omega = 2\pi(1 - \cos(\alpha)) \quad (31)$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{d_{NaJ}/2}{a}\right) \quad (32)$$

$$a = \text{Abstand Plastik-Detektor - NaJ-Detektor} \quad (33)$$

$$a = R_2 + 10 \quad (34)$$

$$\Delta a = \sqrt{\Delta R_2^2} \quad (35)$$

$$\Delta\Delta\Omega = \sqrt{1822500 \frac{\pi^2}{(R_2^2 + 20R_2 + 325)^3}} \quad (36)$$

Man erhält:

$$\Delta\Omega = (0,132 \pm 0,011) Sterad$$

1.5.3 Messraten

Das Raumwinkelement $\Delta\Omega_q$ ist kleiner als das Raumwinkelement $\Delta\Omega_{0^\circ}$ und somit registriert der NaJ-Detektor alle aus der Quelle austretenden γ -Quanten,

bis auf Comptongestreuten, und somit kann man aus dieser Zählrate die Zählrate N_0 bestimmen. Die Rate gemessen unter 0° :

$$N_{peak} = \frac{182090}{502.81s} = 362,15 \frac{1}{s} \quad (37)$$

$$\Delta N_{peak} = \frac{\sqrt{182090}}{502.81s} = 0,85 \frac{1}{s} \quad (38)$$

$$(39)$$

Die im Versuch direkt gemessenen Raten ($> 0^\circ$) bei konstanter Messzeit $t = 900s$ (Fehlerrechnung wie bei N_{peak} , es werden die Total-Werte genommen s. Protokoll):

Winkel $\pm 3[^\circ]$	Counts	$N_{gestreut} = \frac{Counts}{t}$ [1/s]
30	949 ± 31	$1,054 \pm 0,034$
45	816 ± 29	$0,907 \pm 0,032$
60	568 ± 24	$0,631 \pm 0,026$
90	392 ± 20	$0,436 \pm 0,022$
105	333 ± 18	$0,370 \pm 0,020$

1.5.4 N_{peak} - Korrektur

Um die Rate der einfallenden γ - Quanten N_0 zu bestimmen, muß man die gemessene Rate N_{peak} korrigieren. Es sind vier Korrekturen zu berücksichtigen, nämlich ε , Tund a. Die vollständige Korrektur erhält man mit:

$$N_0 = \frac{N_{peak}}{\varepsilon T} e^{ax/2} \quad (40)$$

$$\Delta N_0 = \frac{e^{ax/2} \sqrt{\left(\frac{\Delta N_{peak}}{\varepsilon T}\right)^2 + \left(\frac{\Delta T N_{peak}}{\varepsilon T^2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \varepsilon N_{peak}}{\varepsilon^2 T}\right)^2 + \left(\frac{\Delta ax/2 N_{peak}}{\varepsilon T}\right)^2}}{\quad} \quad (41)$$

Die Absorptionslänge des Plastik-Detektors wird halbiert, da die zur Verfügung stehenden Quanten zur Streuung sich über die Länge des Detektors ändert. Es wird also von einem mittleren N_0 ausgegangen. Man erhält also für N_0 nach einsetzen aller Korrekturkoeffizienten für 0° :

$$N_0 = (2151 \pm 234) \frac{1}{s}$$

$$\Delta N_0 = 2151 \frac{1}{s} + 10,9\%$$

1.5.5 Korrektur der Anzahl der gestreuten Quanten

$$N_{gestreut} = \frac{N_{gemessen}}{\varepsilon T} e^{ax/2} \quad (42)$$

$$\Delta N_{gestreut} = e^{ax/2} \sqrt{\left(\frac{\Delta N_{gemessen}}{\varepsilon T}\right)^2 + \left(\frac{\Delta T N_{peak}}{\varepsilon T^2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \varepsilon N_{peak}}{\varepsilon^2 T}\right)^2 + \left(\frac{\Delta ax/2 N_{peak}}{\varepsilon T}\right)^2} \quad (43)$$

Hier wird angenommen, daß nur in der Mitte des Plastik-Detektors die Quanten gestreut werden. Es werden jetzt die Korrekturfaktoren für die entsprechenden Energien bzw. Winkel eingesetzt und man erhält:

Winkel $\pm 3[^\circ]$	Zählrate gestreuter Quanten [1/s]
30	$4,97 \pm 1,18$
45	$3,67 \pm 0,92$
60	$2,01 \pm 0,37$
90	$1,08 \pm 0,16$
105	$0,86 \pm 0,12$

1.6 Bestimmung des differentiellen Wirkungsquerschnitt

Der diff. Streuquerschnitt wird berechnet aus:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{exp} = \frac{2N_{gestreut}}{N_0 \Delta \Omega M} \quad (44)$$

$$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{exp} = \frac{2}{M} \sqrt{\left(\frac{\Delta N_{gestreut}}{N_0 \Delta \Omega M}\right)^2 + \left(\frac{\Delta N_0 N_{gestreut}}{N_0^2 \Delta \Omega M}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \Delta \Omega N_{gestreut}}{N_0 \Delta \Omega^2 M}\right)^2} \quad (45)$$

$$M = 8,6 \cdot 10^{23} \frac{1}{cm^2} = \text{Anzahl der Streuzentren} \quad (46)$$

$$(47)$$

Es wird nur $M/2$ eingesetzt um den diff. Wirkungsquerschnitt zu berechnen. Dies wird wie folgt gerechtfertigt, es treffen N ungestreute γ -Quanten auf den Kristall, diese sehen auch eine Elektronendichte M . Aber diese N Quanten streuen nicht direkt an der Kristalloberfläche sondern über die ganze Breite des Kristalls, so daß die Elektronendichte für ungestreutes Quant in der Mitte des Kristalls nur noch halb so groß ist. Das allgemeine Problem bei dieser Auswertung besteht darin, das der Streukörper nicht als dünn angesehen werden kann (vgl. Rutherford-Streuung), sonder eine Ausdehnung hat. Aus diesem Grund werden alle Berechnungen auf die

Mitte des Streukörpers (Plastik-Detektor) bezogen, auch wenn kein linearer Zusammenhang zwischen Anzahl der absorbierten Quanten und der zurückgelegten Wegstrecke vorhanden ist (wie man oben sieht ist es ein exponentieller Zusammenhang). Die Formel kommt durch folgende Überlegung zustande. Man fragt sich welcher Anteil der einfliegenden Teilchen im Streukörper gestreut werden. Damit man eine vom Versuchsaufbau unabhängige Wert erhält, wird durch die vorgegebenen Größen des Versuchsaufbaus dividiert, d. h. man führt eine Normierung durch. Einmal geht bei Normierung der Raumwinkel des Detektors ein und die Anzahl der möglichen Streuzentren, wobei hier die Flächendichte interessiert. Die Flächendichte ist die Anzahl der möglichen Streuzentren, die das Teilchen sieht, pro Flächeneinheit. Nach einsetzen aller Werte erhält man:

Winkel $\pm 3[^\circ]$	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{exp}$ $10^{-24} \left[\frac{cm^2}{Steradian} \right]$
30	$0,0405 \pm 0,0111$
45	$0,0299 \pm 0,0086$
60	$0,0164 \pm 0,0037$
90	$0,0088 \pm 0,0018$
105	$0,0070 \pm 0,0014$

Die theoretischen Werte für diff. Wirkungsquerschnitt werden aus der Klein-Nishina-Formel gewonnen:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{m_e} \frac{k'(\Theta)}{k} \right)^2 \left(\frac{k'(\Theta)}{k} + \frac{k}{k'(\Theta)} - \sin^2(\Theta) \right) c \quad (48)$$

$$k'(\Theta) = \frac{k}{1 + \frac{k}{m_e}(1 - \cos(\Theta))} \quad (49)$$

$$m_e = 511keV = \text{Ruhenergie des Elektrons} \quad (50)$$

$$k = 662keV = \text{Energie des einfallenden } \gamma\text{-Quants} \quad (51)$$

$$\begin{aligned} c &= (\hbar c)^2 = \text{Umrechnungsfaktor } 1/(\text{Energie}^2) \rightarrow \text{Länge}^2 \\ &= 38939,13MeV^2 fm^2 \end{aligned} \quad (52)$$

$$\Theta = \text{Streuwinkel} \quad (53)$$

$$(54)$$

Man erhält:

Winkel $[^\circ]$	$\frac{d\sigma}{d\Omega}$ $10^{-24} \left[\frac{cm^2}{Steradian} \right]$
30	0,051
45	0,033
60	0,022
90	0,013
105	0,012

In Abbildung 4 sind beide Wirkungsquerschnitte aufgetragen.

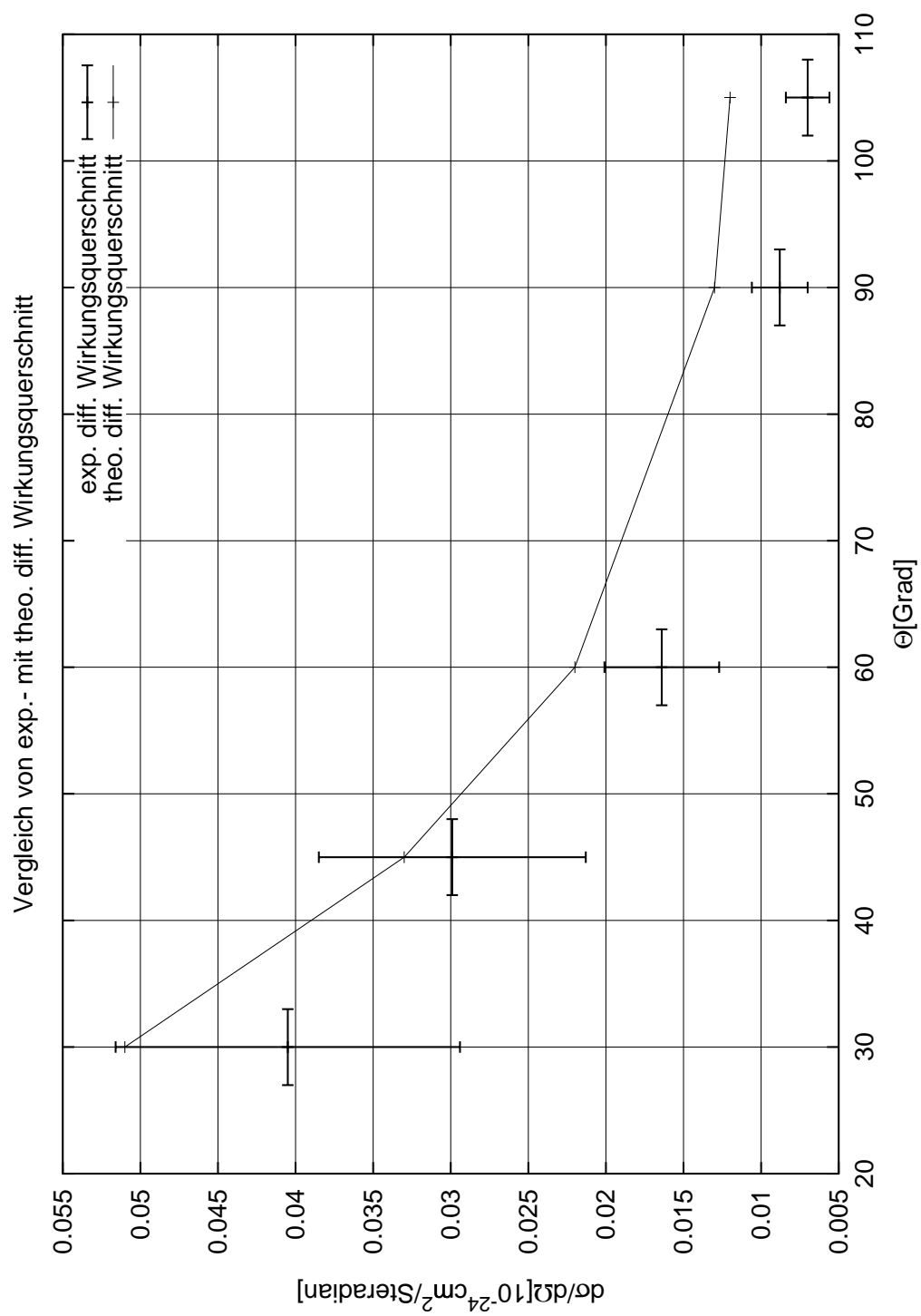


Abbildung 4: diff. Wirkungsquerschnitt

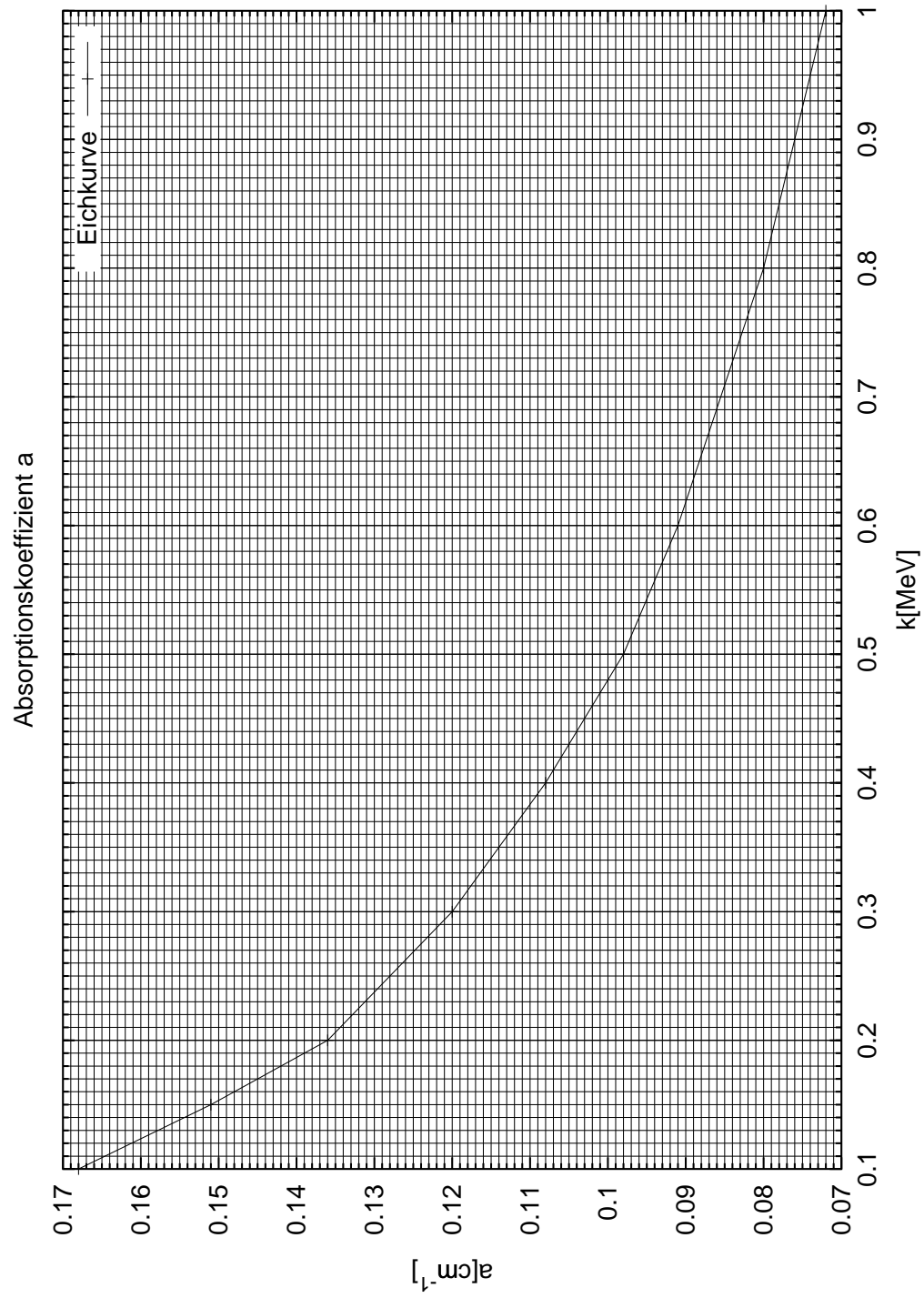


Abbildung 5: Absorptionskoeffizient des Plastik Detektors