Aufgabenblatt 11
Donnerstag $15^{15} - 16^{45}$

Sascha Reinhardt

23. Januar 2000

1 Aufgabe 1

Die Ladungsträgerdichte im Natrium ist:

$$\begin{aligned} n &= \frac{\rho}{m_{Na}1,660 \cdot 10^{-27}kg} && (1) \\ &= \frac{1013kg/m^3}{23,0 \cdot 1,660 \cdot 10^{-27}kg} = 2,65 \cdot 10^{22}\frac{1}{cm^3} \end{aligned}$$

Der Fermiwellenzahl ist somit:

$$\begin{aligned} k_f &= (3\pi^2 n)^{1/3} && (2) \\ &= 0,92 \cdot 10^8 \frac{1}{cm} \end{aligned}$$

Die möglichen Wellenzahlen im Magnetfeld sind gegeben durch:

$$k(l) = \sqrt{\frac{2eB}{\hbar}(l+1/2)} \qquad (3)$$

Es muß gelten $k(l) < k_f$, also wird die Gleichung 3 nach l aufgelöst:

$$\begin{aligned} l &= \frac{k_f^2}{2e\frac{B}{\hbar}} - \frac{1}{2} && (4) \\ &= 28030,7 \end{aligned}$$

Das maximale l ist also $l_{max} = 28030$. Es sind also 28030 Landauröhren besetzt.

2 Aufgabe 2

Es wurden aus dem beiliegenden Diagramm 2 Wertepaare bestimmt:

	Paar 1	Paar2
Ordnung p	15	5
Magnetfeld B[$Tesla$]	$0,12$	$0,36$

Zwischen eingestrahlter Mikrowellenfrequenz und Zyklotronfrequenz besteht folgender Zusammenhang:

$$\omega_{mi} = p\omega_c = p\frac{eB}{m^*} \tag{5}$$

Man löst nach m^* auf und dividiert durch m_e so erhält man:

$$\frac{m^*}{m} = \frac{peB}{\omega_{mi}m_e} = const. \tag{6}$$

Man erhält damit:

$$\begin{aligned} \frac{m^*}{m} &= 9,1 \text{ (Paar 1)} \\ \frac{m^*}{m} &= 9,1 \text{ (Paar 2)} \\ \Rightarrow \frac{m^*}{m} &= 9,1 \end{aligned}$$

Das Verhältnis m^*/m beträgt also grob 9,1.

3 Aufgabe 3

Die Stromdichte in x-Richtung ist gegeben durch:

$$\begin{aligned} j_x &= epv_{p_x} + env_{nx} && (7)\\ &= ep\mu_p E_x + en\mu_n E_x \text{ mit } v_{ix} = \mu_i E_x && (8) \end{aligned}$$

Es soll in Richtung des Hallfeldes kein Strom fließen also herrscht Gleichgewicht zwischen el. Feld und B-Feld.

$$\begin{aligned} E_y &= -v_{nx}B + v_{p_x}B, \text{ schon durch e dividiert} && (9)\\ &= -\mu_n E_x B + \mu_p E_x B, \text{ es gilt } \mathbf{v}\perp\mathbf{B} && (10)\\ &= E_x B(\mu_p - \mu_n) && (11) \end{aligned}$$

Die Stromdichte in y-Richtung ist gegeben duch:

$$\begin{aligned} j_y &= epv_{p_y} + env_{ny} && (12)\\ &= ep\mu_p E_y + en\mu_n E_y \text{ mit } v_{iy} = \mu_i E_y && (13) \end{aligned}$$

Einsetzen von 11 in 13:

$$\begin{aligned} j_y &= eE_x B(\mu_p - \mu_n)(p\mu_p + n\mu_n) && (14)\\ &= eE_x B(p\mu_p^2 - n\mu_n^2) && (15) \end{aligned}$$

Setzen in 15 für j_y die Beziehung von 13 ein:

$$eE_y(p\mu_p + n\mu_n) = eE_x B(p\mu_p^2 - n\mu_n^2) \quad (16)$$

$$\Rightarrow E_y = \frac{E_x B(p\mu_p^2 - n\mu_n^2)}{p\mu_p + n\mu_n} \quad (17)$$

Lösen 8 nach E_x auf und setzen in 17 ein:

$$E_y = \frac{j_x B(p\mu_p^2 - n\mu_n^2)}{e(p\mu_p + n\mu_n)^2} \quad (18)$$

Die Hallkonstante ist definiert durch:

$$R_H = \frac{E_y}{j_x B} \quad (19)$$

Setzen 18 in 19 ein und erhalten das Ergebnis:

$$R_H = \frac{p\mu_p^2 - n\mu_n^2}{e(p\mu_p + n\mu_n)^2} \quad (20)$$

Bestimmung der Hall-Konstanten in undotierten Silizium durch einsetzen der gegebenen Zahlenwerte:

$$R_H = -1,15 \cdot 10^3 \frac{Jm}{AC}$$

4 Aufgabe 4

Besetzungswahrscheinlichkeit an der Leitungsbandkante:

$$f(E_L, T) = \frac{1}{e^{(E_L - E_F)/k_B T} + 1} \tag{21}$$

$$f(E_V, T) = \frac{1}{e^{(E_F - E_V)/k_B T} + 1} \tag{22}$$

Die Fermienergie kann durch folgende Formel berechnet werden:

$$E_F = \frac{E_L + E_V}{2} + \frac{3}{4} k_B T \ln\left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right) \tag{23}$$

Die Energie $E_g = E_L - E_V = 1,43eV$ ist angegeben. Durch Auflösen nach E_V oder E_L kann die Formel für E_F umgeschreiben werden zu

$$E_F = E_L - \frac{E_g}{2} + \frac{3}{4} k_B T \ln\left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right) \tag{24}$$

$$E_F = E_V + \frac{E_g}{2} + \frac{3}{4} k_B T \ln\left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right) \tag{25}$$

Durch einsetzen dieser Formeln in die Besetzungswahrscheinlichkeit erhält man

$$f(E_L, T) = \frac{1}{\exp\left(\frac{1/2 E_g - 3/4 k_B T \ln(m_p^*/m_n^*)}{k_B T}\right) + 1} \tag{26}$$

$$f(E_V, T) = \frac{1}{\exp\left(\frac{1/2 E_g + 3/4 k_B T \ln(m_p^*/m_n^*)}{k_B T}\right) + 1} \tag{27}$$

Bei Zimmertemperatur ($T = 300K$) und $m_n^* = 0,07 m_e$ bzw. $m_p^* = 0,45 m_e$ erhält man:

$$f(E_L, T) = 3,9 \cdot 10^{-12} \tag{28}$$

$$f(E_V, T) = 2,4 \cdot 10^{-13} \tag{29}$$

Die Besetzungswahrscheinlichkeit an der Leitungsbandkante beträgt also $3,9 \cdot 10^{-12}$. Die Wahrscheinlichkeit das ein Zustand im Valenzband nicht besetzt ist, ist gegeben durch $1 - f(E_V, T)$ und das ist praktisch 1.

Berechnung der Ladungsträgerkonzentration:

$$\begin{aligned} n &= 2\left(\frac{k_b T}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} (m_n^* m_p^*)^{3/4} e^{-\frac{E_g}{2k_B T}} \\ &= 1,83 \cdot 10^{12} \frac{1}{m^3} \end{aligned} \tag{30}$$