Aufgabenblatt 10
Donnerstag $15^{15} - 16^{45}$

Sascha Reinhardt

17. Januar 2000

1 Aufgabe 10.1

1.1 a

Die effektive Masse ist gegeben durch:

$$\left(\frac{1}{m^*}\right)_{ij} = \frac{1}{\hbar^2}\frac{\partial^2 E(\mathbf{k})}{\partial k_i \partial k_j} \tag{1}$$

Angewandt auf den angegebenen Energieverlauf:

$$\left(\frac{1}{m^*}\right)_{jj} = \hbar^{-2} 2\beta_i a^2 \cos(k_j a) \tag{2}$$

Alle Komponenten sind gleich also kann die eff. Masse angegeben werden durch:

$$\left(\frac{1}{m^*}\right) = \hbar^{-2} 2\beta_i a^2 \cos(ka) \tag{3}$$

Die eff. Masse des Elektrons ist also:

$$m_e^* = \hbar^2 (2\beta_L a^2 \cos(ka))^{-1} \tag{4}$$

Die eff. Masse des Loches ist also:

$$m_l^* = \hbar^2 (2\beta_V a^2 \cos(ka))^{-1} \tag{5}$$

Einsetzen der Zahlenwerte:

$$\begin{aligned} a &= 3\mathring{A} \\ k &= 0,01\mathring{A}^{-1} \\ \beta_L &= 1,4eV \\ \beta_V &= -0,85eV \\ m_e &= 9,10939 \cdot 10^{-31} kg \\ m_e^* &= 1m_e \\ m_l^* &= -1,65m_e \end{aligned}$$

1.2 b

Die Gruppengeschwindigkeit ist gegeben durch:

$$v_i = \frac{1}{\hbar}\frac{\partial E_i(k)}{\partial k} \tag{6}$$

$$v_i = \frac{1}{\hbar} 2\beta_i a \sin(ka) \tag{7}$$

$$\tag{8}$$

Einsetzen der Werte:

$$v_e = 3,83 \cdot 10^4 \frac{m}{s}$$
$$v_l = -2.33 \cdot 10^4 \frac{m}{s}$$

Der Impuls ist:

$$p_i = m_i v_i \tag{9}$$

Nach Einsetzen der Werte erhält man:

$$p_e = 3,83 \cdot 10^4 m_e \frac{m}{s}$$
$$p_l = 3,83 \cdot 10^4 m_e \frac{m}{s}$$

1.3 c

Die Beschleunigung wird berechnet durch:

$$a_i = \frac{1}{m_i^*} F \tag{10}$$
$$\tag{11}$$

Die Kraft ist gegeben durch:

$$F = ZE \text{ mit Z=-1e für Elektronen und Z=1e für Löcher} \tag{12}$$

Mit $E = 1V/m$ ergeben sich folgende Beschleunigungen:

$$a_e = -5.82 \cdot 10^{11} \frac{m}{s^2}$$
$$a_l = -3,53 \cdot 10^{11} \frac{m}{s^2}$$

2 Aufgabe 10.2

Bestimmmung der el. Feldes:

$$R = \frac{1}{\sigma}\frac{l}{A} \tag{13}$$

$$R = \frac{U}{I} \text{ und } U = E \cdot l \tag{14}$$

$$\Rightarrow U = \frac{1}{\sigma}\frac{l}{A}I \tag{15}$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{\sigma}\frac{I}{A} \tag{16}$$

$$\tag{17}$$

Bestimmung der Stoßzeit:

$$\sigma = \frac{Ne^2\tau}{m^*} \tag{18}$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{\sigma m^*}{Ne^2} \tag{19}$$

Die Fermi-Kugel verschiebt sich also um den Betrag:

$$\delta k = \left|-\frac{eE\tau}{\hbar}\right| \tag{20}$$

$$\delta k = \frac{Im^*}{eAN\hbar}, \text{ nach einsetzen von } E \text{ und } \tau \tag{21}$$

$$\tag{22}$$

Die Verschiebung der Fermi-Kugel ist unabhängig von der Leitfähigkeit, da man einen über die Temperatur konstanten Strom hat. Es wird vorgegeben:

$$\begin{aligned}
m^* &= m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} kg \\
\rho &= 8,93 \frac{g}{cm^2} \\
N &= \frac{1}{63,55 amu}\rho = 8,462 \cdot 10^{28} \frac{1}{m^3} \\
\hbar &= 1,054572 \cdot 10^{-34} Js \\
I &= 1A \\
A &= 1mm^2
\end{aligned}$$

Die Fermi-Kugel verschiebt sich also um

$$\delta k = 0,637 \frac{1}{m}.$$